

Équation du 2^{ème} degré – Chapitre 12

Définition

Si on peut mettre une équation à une inconnue en $ax^2 + bx + c = 0$, elle est du deuxième degré.

La première façon de résoudre une équation, c'est la factorisation (voir résumé chapitre 4)

Pour faciliter la suite, nous posons $\Delta = b^2 - 4ac$ le **discriminant de l'équation**

Trois cas sont possibles (formule de Viet) :

$\Delta > 0$	2 racines réelles	$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$	$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$
$\Delta = 0$	1 racine double	$x = \frac{-b}{2a}$	
$\Delta < 0$	2 racines imaginaires	Il n'y a pas de solutions dans R	

Exemple

Soit $2x^2 - x - 1 = 0$

Il n'y a pas de factorisation évidente (donc nous allons utiliser la formule de Viet)

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(2)(-1) = 1 + 8 = 9 > 0$ donc on fait la racine carrée du discriminant, soit la racine carrée de $9 = 3$

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) \pm 3}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm 3}{4}$$

$$x_1 = \frac{1-3}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{1+3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{2}; 1 \right\}$$

Remarques

Si **a** et **c** sont nuls et de signes contraires = 2 solutions. En effet, le produit **ac** est négatif, donc $-4ac$ est positif.

Les formules ci-dessus ne sont pas nécessaires si $b = 0$ ou $c = 0$. En effet, dans ce cas, on résout le calcul par la factorisation (voir résumé chapitre 4)

Décomposition de la formule = décomposition du trinôme

Trinôme	$ax^2 + bx + c$
Équation associée	$ax^2 + bx + c = 0$
Discriminant	$\Delta = b^2 - 4ac$

Remarque

Trinôme = carré parfait

Pour info

Une équation bicarré est une équation du 4^{ème} degré qui ne renferme que des puissances paires de l'inconnue. La forme canonique des équations bicarrées est

$$Ax^4 + bx^2 + c = 0$$