

Equations - Chapitre 9

Rappel

- & Une solution de l'équation est un nombre réel pour lequel les deux membres de l'équation ont la **même valeur numérique**
- & L'ensemble des solutions d'une équation est le sous-ensemble de toutes les solutions de cette équation
- & Résoudre l'équation, c'est rechercher l'ensemble de toutes ses solutions
- & Une équation est **impossible** si elle n'admet aucune solution
- & Elle est indéterminée si son ensemble des solutions est égal à son ensemble de définition

Remarques

- 1) Voici 3 méthodes pour rechercher les solutions d'une équation :
 - par tâtonnement ou essais successifs
 - par voie graphique
 - par des méthodes algébriques
- 2) Le signe d'égalité utilisé dans l'écriture d'une équation exprime une « égalité conditionnelle », en ce sens qu'il ne traduit une égalité que pour les solutions de l'équation.

Résolution par des méthodes algébriques

On obtient une équation équivalente si :

- on transforme l'un ou l'autre des membres de l'équation selon les règles du calcul littéral
- On permute les deux membres de l'équation
- On ajoute aux deux membres de l'équation une même expression algébrique définie sur l'ensemble de définition de l'équation
- on multiplie les deux membres de l'équation par une même expression algébrique qui est définie et ne s'annule pas sur l'ensemble de définition de l'équation

En utilisant ces 4 principes d'équivalences, on obtient une équation « **simple** ».

Exemples

$$\begin{aligned}3x + 4 &= 2x - 1 \\3x - 2x &= -1 - 4 \\x &= -5 \\S &= \{ -5 \}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2(y + 1) &= 4y - 6 \\2y + 2 &= 4y - 6 \\2 + 6 &= 4y - 2y \\8 &= 2y \\4 &= y \\S &= \{ 4 \}\end{aligned}$$

Attention

Si l'équation contient des **multiplications** et des **fractions**, il est vraiment recommandé d'effectuer d'abord les multiplications et ensuite de multiplier les deux membres et l'équation par le PPCM des dénominateurs.

Résolution par factorisation

L'ensemble des solutions de l'équation :

$$A(x) * B(x) * C(x) = 0$$

est la réunion des ensembles des solutions des équations :

$$A(x) = 0 , B(x) = 0 , C(x) = 0$$

Exemple

$$\begin{aligned}X^2 - 3x - 70 &= 0 \\(x + 7)(x - 10) &= 0 \\x + 7 = 0 \text{ ou } x - 10 &= 0 \\S &= \{ -7 ; 10 \}\end{aligned}$$

Les équations rationnelles

Marche à suivre

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de l'équation
- 2) Multiplier les deux membres de l'équation par le PPCM des dénominateurs

- 3) Résoudre l'équation obtenue
- 4) Ne conserver que les solutions qui appartiennent à l'ensemble de définition de l'équation

Remarques

- ⚡ Le quatrième point de la marche à suivre est très important, car le plus souvent, le dénominateur commun n'est pas différent de zéro sur l'ensemble de définition. En multipliant les deux membres de l'équation par le PPMC on n'obtient pas nécessairement une équation équivalente.
- ⚡ Attention à l'erreur fréquente qui consiste, à « abandonner » les dénominateurs dans un calcul avec des fractions. Dans la résolution d'une équation, on obtient des équations équivalentes mais pas égales.

